

*К.А. Казакова, А.Т. Князев,  
О.А. Лепёхин, А.Е. Шелякин*

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ КРЕДИТНОГО РИСКА НА МАКРОУРОВНЕ НА ОСНОВЕ КОПУЛА-ФУНКЦИЙ**

*Введение.* В условиях возрастания финансовой нестабильности международное экспертное сообщество активно разрабатывает новые инструменты по оценке и управлению банковскими рисками. Одним из таких новых инструментов стало стресс-тестирование, которое может применяться как к отдельным кредитным организациям, так и к банковскому сектору в целом. Независимо от того, какой принцип организации был выбран, процедура стресс-тестирования на макро-уровне состоит из ряда этапов.

На первоначальном этапе формулируется некий стресс-сценарий, который, как правило, представляет собой реализацию внешних по отношению к экономике шоков (например, крах нефтяных цен). Данный стресс-сценарий применяется к макроэкономической модели, которая позволяет конкретизировать реакцию экономики на шоковые события в виде ожидаемой траектории ВВП, безработицы, валютного курса и т.д.

На втором этапе строится вспомогательная модель (satellite model), которая связывает макроэкономические переменные с финансовыми показателями, позволяющими оценивать тот или иной вид риска. Обычно оцениваемая вспомогательная модель представляет собой модель кредитного риска, но она также может быть ориентирована на более широкий набор классов активов и рисков (например, рыночный риск).

На третьем этапе на основе построенных макроэкономической и вспомогательной моделей оцениваются последствия реализации шоков для банковского сектора с точки зрения портфельных потерь, изменения качества активов и показателя достаточности капитала.

В данной работе мы обращаемся к проблеме построения качественной вспомогательной модели кредитного риска. Многие авторы [1-3] отмечают, что среди всех возможных рисков, с кото-

рыми сталкивается банковский сектор, кредитный риск – наиболее важный источник финансовых проблем банков.

**Обзор литературы.** Неотъемлемой частью стресс-тестирования является вспомогательная модель, которая связывает различные макроэкономические сценарии с показателями кредитного риска банковского сектора.

В обзорах моделей кредитного риска некоторые авторы [4-5] показывают, что используемые показатели кредитного риска делятся на два широких класса объектов (категории). Первая категория включает показатели обслуживания ссудного портфеля и просроченные ссуды, резервы на возможные потери по ссудам и их отношение к кредитному портфелю. Вторая категория представляет собой рыночные меры риска дефолта корпоративного сектора и домохозяйств. Несмотря на то, что вторая категория может по ряду причин показаться более привлекательной, она использует данные компаний, вышедших на фондовый рынок, что является существенным ограничением при анализе банковского сектора стран с формирующимися рынками.

При этом исследователи руководствуются общими принципами при выборе объясняющих переменных. Основные объясняющие переменные, оказывающие воздействие на показатели кредитного риска, представлены ограниченным набором макроэкономических факторов, включающих темп роста ВВП, норму безработицы, инфляцию, уровень процентной ставки и т.д.

Ключевым элементом многих вспомогательных моделей кредитного риска является оценка на их основе функции распределения потерь кредитного портфеля, которая целостно описывает совокупный уровень кредитных рисков и позволяет производить оценку воздействия шоков. Построение функции распределения потерь кредитного портфеля, которая показывает вероятность получения убытков различного масштаба (от вероятности отсутствия каких-либо потерь до вероятности потерять весь портфель), является более востребованным по сравнению с точечными оценками размера потерь. Впервые такая идея обсуждалась в работе Сорджа и Виролайнена [6].

При этом по своей сути функция распределения потерь является инструментом достижения конечной цели стресс-тестирования, которая в общем случае состоит в оценке ожидаемых потерь (expected loss, EL) и неожиданных потерь (unexpected

loss, UL) кредитного портфеля. В соответствии с методологией Базеля II для кредитного портфеля ожидаемые потери ( $EL$ ) можно рассчитать по следующей формуле [7]:

$$EL=PD\times LGD\times EAD,$$

где  $PD$  – вероятность дефолта;  $LGD$  – доля невозвратных потерь при дефолте;  $EAD$  – потери от дефолта.

Ожидаемые потери ( $EL$ ) представляют собой наиболее вероятные потери, в качестве которых принимается 50-процентный перцентиль функции плотности потерь. В свою очередь неожиданные потери ( $UL$ ) относятся к потенциально высоким потерям, которые достаточно редко происходят. Для их оценки используют 99 и 99,9% перцентили функции плотности потерь кредитного портфеля.

Как отмечает Руджа [8], обычно значения вероятности дефолта ( $PD$ ) представляют собой динамическую компоненту процедуры стресс-тестирования, тогда как значения  $LGD$  и  $EAD$  фиксируются на протяжении всего периода стресс-тестирования. При этом на практике вероятности дефолта, как правило, не являются общедоступными, поэтому используются другие ранее упоминаемые показатели кредитного риска, которые отражают вероятность дефолта (такие как отношение просроченных ссуд и отношение резервов на возможные потери по ссудам к общему кредитному портфелю). Подробное обсуждение этих показателей есть, например, в работе Феррари [9]. Таким образом, для оценки уровня ожидаемых и неожиданных потерь необходима функция плотности вероятности дефолта для вычисления типовых значений перцентилей.

Различные авторы сходятся во мнении, что подходы к построению вспомогательных моделей характеризуются большим разнообразием. Используемая методология варьируется от простых регрессий до моделей временных рядов и панельных данных. Так, в исследовании моделей центральных банков Центральной и Юго-восточной Европы Мелеки и Попдиера [10] отмечают, что наиболее часто встречающимся подходом к моделированию связи между макроэкономическими переменными и показателями просроченной задолженности является панельная регрессия либо регрессия временных рядов. В свою очередь, по мнению Гесса и Салмана [11], вспомогательная модель обычно представлена в форме панельных регрессий. Тем не менее, встречаются и нестандартные подходы. Например, в работе Пападопулоса

[3] автор отходит от использования единственной регрессионной модели, используя подход на основе комбинации прогнозов (forecast combination).

Поскольку в основе вспомогательной модели часто лежит регрессионный подход, ее авторам приходится продумывать способы отражения потенциальной нелинейности. Линейная аппроксимация может быть приемлемой, когда шоки небольшие, но, когда их размеры возрастают, отражение нелинейности становится особенно востребованным. В обзоре Фоглиа [5] отмечается, что многие авторы, следуя работе Вилсона [12], в этой связи использовали логит- и пробит-преобразования для моделирования частоты дефолта, а кроме того для отработки нелинейности в спецификацию модели кредитного риска могли дополнительно включаться нелинейные элементы. Достаточно подробно проблема нелинейности и попыток ее преодоления обсуждается в публикации МФ [13].

Вместо панельных регрессий нами предлагается использовать копулярный подход для моделирования совместного распределения макроэкономических индикаторов и показателя кредитного риска, что позволит адекватно отразить нелинейный характер их взаимодействия и возможную хвостовую зависимость. Особенность копулярной модели заключается в том, что она состоит из двух компонент: набора частных распределений случайных величин и копула-функции, которая задает их совместное распределение [14]. При этом форма частных распределений может существенно отличаться от задаваемой (в виде копула-функции) совместного распределения, что позволяет обеспечить большое разнообразие моделируемых типов зависимости.

Копулярные модели зависимости в настоящее время завоевывают все большую популярность. Появляются работы по вопросам их использования при оценке уровня рисков кредитного портфеля [15], устойчивости банков к шокам на рынке ценных бумаг [16]. Со своей стороны, в данной работе рассматривается возможность использования их в процессе построения вспомогательной модели кредитного риска.

**Описание данных.** В обзоре Фоглиа [5] отмечается, что в основе вспомогательных моделей кредитного риска лежит предположение о том, что качество кредитного портфеля определяется экономическим циклом, поэтому построение подобных моделей предполагает отбор макроэкономических и финансовых показателей, которые согласно теории и эмпирическим данным влияют

на уровень кредитного риска. Следуя данному подходу, в качестве макроэкономических факторов, влияющих на уровень кредитного риска, нами были использованы ежемесячные значения за период с января 2004 г. по декабрь 2014 г. следующих переменных, отражающих общий уровень экономической активности:

- индекс выпуска товаров и услуг по базовым видам деятельности (%) – *output*;
- численность официально зарегистрированных безработных граждан (тыс. чел.) – *unempl*;
- индексы потребительских цен на товары и услуги (%) – *infl*;
- цены на сырую нефть (долл. США) – *oil*;
- ставка рефинансирования (%) – *rrate*.

Кроме того, такой выбор был обусловлен как действующей международной и национальной практикой (в частности, Банк России для моделирования просроченной задолженности использует макроэкономическую модель, включающую в себя переменные – ВВП, курс доллара, инфляция и т.д.), так и доступностью в ежемесячном представлении (например, вместо ВВП был использован индекс товаров и услуг по базовым видам деятельности, поскольку оценка ВВП имеется только в квартальном представлении). В качестве переменной кредитного риска использовалась доля просроченных ссуд в кредитном портфеле банковского сектора – *olt*.

Заметим, что выбранный временной период (январь 2004 г. – декабрь 2014 г.) является достаточно продолжительным, охватывает различные стадии экономического цикла, включая затяжной период кризисных процессов, и в целом соответствует цели нашего исследования, которая состоит в отработке методологических приемов при работе с популярными моделями и оценке возможности их применения для проведения стресс-тестирования кредитного риска банковского сектора.

Для дополнительной проверки качества отбора переменных, в части значимости статистических связей и их соответствия ожидаемым знакам, проводился корреляционный анализ. Результаты корреляционного анализа показали необходимость использования данных с исключенным временным трендом, смоделированным с помощью регрессии от переменной времени. Данные об остатках подвергались процедуре нормирования и центрирования. Они служили основой построения частных распределений случайных величин, взаимодействие которых моделируется с помощью копул.

**Моделирование частных распределений.** Полученные остатки имеют более асимметричные и тяжелые хвосты по сравнению с нормальным распределением. В этой связи, для моделирования частных распределений нами использовалось асимметричное распределение Стьюдента, плотность которого задается формулой [17]:

$$d(z; \lambda; \eta) = bc \{1 + 1/(\eta - 2)[(bz + a)/(1 + \lambda \text{sign}(bz + a)^2)]\}^{-(\eta-2)/2} \quad (5)$$

где  $a = 4c\lambda[(\eta-2)/(\eta-1)]$ ,  $b = \sqrt{1 + \mathfrak{K}^2 - \alpha^2}$ ,  $c = \{\Gamma[(\eta+1)/2]\} / \sqrt{\pi(\eta-2)} \Gamma(\eta/2)$ ,  $\eta$  – число степеней свободы (хвостовой параметр),  $\lambda$  – параметр смещения,  $\Gamma(x)$  – гамма-функция.

Параметры асимметричного распределения оценивались с помощью метода максимального правдоподобия. Результаты оценивания параметров для анализируемых рядов представлены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты моделирования частных распределений

Показатель	Нормальное распределение	Асимметричное распределение Стьюдента		
	<i>p-value</i>	<i>eta</i>	<i>lambda</i>	<i>p-value</i>
1. Olt	0.013	22	0.92	0.679
2. Output	0.449	22	-0.31	0.408
3. Unempl	0.002	6	0.8	0.644
4. Infl	0.686	22	0.01	0.918
5. Oil	0.245	3.9	0.15	0.983
6. Rrate	0.686	22	0.23	0.619

В табл. 1 также приведены результаты проверки гипотез о соответствии рядов нормальному распределению и асимметричному распределению Стьюдента на основании критерия Колмогорова-Смирнова.

На основе асимметричного распределения Стьюдента с учетом ранее оцененных параметров для каждой переменной были построены модельные ряды остатков. В дальнейшем работа проводилась не с эмпирическими, а с модельными рядами остатков. Такой переход является необходимым для целей прогнозирования.

**Моделирование совместного распределения случайных величин: парные копулы.** На следующем этапе проведено построение моделей совместных распределений пар рядов остатков. По шести анализируемым рядам можно построить пятнадцать неповторяющихся пар рядов остатков, для моделирования совместно-

го распределения которых необходимо подобрать наиболее соответствующую характеру совместного распределения копулу.

Анализ совместного разброса значений для всевозможных пар переменных позволяет сделать вывод, что для большинства совместных распределений характерно отсутствие «хвостов» как в правом верхнем углу, так и в левом нижнем углу. Поэтому для моделирования совместных распределений выбраны эллиптические копулы Гаусса и Стьюдента, а также копула Франка. Эти три копулы широко применяются в статистическом анализе финансовых данных [18-20]:

*Копула Гаусса:*  $C_\rho(u,v) = \Phi_\rho[\Phi^{-1}(u) \Phi^{-1}(v)]$ , где  $\Phi(u)$  – интегральная функция стандартного нормального распределения,  $\Phi_\rho(u,v)$  – интегральная функция двумерного стандартного нормального распределения с коэффициентом корреляции Пирсона  $\rho$ .

*Копула Стьюдента:*  $C_\eta(u,v) = F_{\eta,\rho} [F_\eta^{-1}(u) F_\eta^{-1}(v)]$ , где  $F_\eta(u)$  – интегральная функция распределения Стьюдента с  $\eta$  степенями свободы,  $F_{\eta,\rho}(u,v)$  – интегральная функция двумерного распределения Стьюдента с  $\eta$  степенями свободы и с коэффициентом корреляции Пирсона  $\rho$ .

*Копула Франка:*  $C_\rho(u,v) = -1/\alpha \ln[1+(e^{-\alpha u}-1)(e^{-\alpha v}-1)/(e^{-\alpha}-1)]$ ,  $\alpha \neq 0$ .

Из этих трех копул необходимо выбрать ту, которая наилучшим образом моделирует зависимости между переменными для большинства пар. Для сравнения копулярных моделей использовались два критерия:

$$RSS_\tau = \sum_{1 \leq i < j \leq 6} (\tau_{ij}^{(mod)} - \tau_{ij}^{(ob)})^2,$$

$$RSS_F = \sum_{1 \leq i < j \leq 6} \sum_{k=1}^{13z} [(F^{(ob)}(u_i^{(k)}, u_j^{(k)}) - C(u_i^{(k)}, u_j^{(k)}))^2].$$

В первой из этих формул  $\tau^{(mod)}$  – значение коэффициента корреляции Кендалла, вычисленное на основе оценки копулярной функции,  $\tau^{(ob)}$  – выборочное значение этого коэффициента. Формулы, по которым коэффициент корреляции Кендалла выражается через параметр копулы хорошо известны [14]. Во второй формуле  $F(u,v)$  – выборочная функция распределения,  $C(u,v)$  – модельная функция распределения.

Для получения оценок параметров парных копул использовался байесовский подход к оцениванию параметров [21-22]. Такой подход

предполагает применение априорных распределений параметра копулы. Для их получения производилось предварительное оценивание анализируемых парных копул: параметры копул Гаусса и Франка оценивались методом обращения тау, параметры копулы Стьюдента – методом максимального правдоподобия. В результате были получены выборки параметров каждой из трех копул объемом по 15 элементов (каждая пара обеспечивала одно значение параметра). Анализ гистограмм выборок параметров позволил выдвинуть гипотезу, что для параметра  $\rho$  копулы Стьюдента подходит бета-распределение, а для остальных параметров – гамма-распределение. Последующая проверка данных гипотез на основании критерия Колмогорова-Смирнова, показала, что данные гипотезы не отвергаются.

Далее применялся алгоритм Метрополиса со случайным блужданием для получения байесовских оценок параметров. Ниже приведены сводные значения показателей качества моделей по всем парам переменных:

Значения критериев качества подобранных копул

Копула	RSS $\tau$	RSSF
Франк	0,006	1,843
Гаусс	0,589	3,716
Стьюдент	0,019	1,950

Значения обоих критериев показали, что наилучшее приближение дает копула Франка, копула Стьюдента дает несколько худший результат, а копула Гаусса значительно уступает первым двум копулам в точности оценок. Поскольку копула Франка к тому же имеет заметное преимущество в простоте, для дальнейшего моделирования многомерных зависимостей выбрана эта копула.

**Моделирование совместного распределения случайных величин: многомерные иерархические копулы.** Стресс-тестирование на основе копулярного подхода предполагает оценку вероятности совместной динамики ряда значимых макропоказателей, т.е. необходимо построение многомерных копул, которые позволяют моделировать совместное распределение всего набора анализируемых величин, а не их отдельных пар. При этом построение парных копул является важным и необходимым этапом при моделировании многомерных распределений.

Для построения многомерных моделей используются различные типы многомерных копул. Здесь можно упомянуть многомерные архимедовы копулы [14], ветвящиеся копулы или vine-



копулы [23-24], иерархические копулы [25], кендалловы иерархические копулы [26]. В силу ряда причин нами признано целесообразным использование для построения вспомогательной модели иерархические архимедовы копулы (НАС). Заметим, что иерархические архимедовы копулы, построенные на основе копулы Франка, позволяют наилучшим образом моделировать многомерные зависимости для рассматриваемого набора данных, поскольку данная копула оказалась наиболее подходящей для моделирования парных зависимостей. Кроме того, иерархические архимедовы копулы, в отличие от вьющихся копул, позволяют легко выписывать функцию совместного распределения переменных, что необходимо для построения доверительных интервалов.

Для выбора структуры модели нами использовался следующий алгоритм. На первом шаге выбрана парная модель, включающая целевую переменную *olt*, и имеющая наибольший модуль параметра копулы Франка. Эта модель описывает наиболее сильную зависимость целевой переменной от макроэкономических показателей. Такой парой оказались переменные *olt* и *unempl*. Далее рассматривались все тройки переменных, включающие наилучшую пару, и выбиралась из них копула Франка с наибольшим модулем параметра. Наилучшей тройкой оказалась тройка (*olt-unempl*) – *infl*. Продолжая этот процесс, в итоге все переменные объединили в одну модель. Процесс формирования моделей отражен в табл. 2.

Таблица 2

#### Иерархические копулярные модели

Переменные	Параметр $\alpha$ копулы Франка
<i>olt-output</i>	-1.857
<i>olt-infl</i>	3.335
<i>olt-oil</i>	-1.876
<i>olt-rrate</i>	-1.837
<i>olt-unempl</i>	4.899
( <i>olt-unempl</i> ) - <i>output</i>	-1.455
( <i>olt-unempl</i> ) - <i>infl</i>	2.407
( <i>olt-unempl</i> ) - <i>oil</i>	-1.097
( <i>olt-unempl</i> ) - <i>rrate</i>	-1.881
(( <i>olt-unempl</i> ) - <i>infl</i> ) - <i>output</i>	-1.718
(( <i>olt-unempl</i> ) - <i>infl</i> ) - <i>oil</i>	-1.066
(( <i>olt-unempl</i> ) - <i>infl</i> ) - <i>rrate</i>	-0.617
((( <i>olt-unempl</i> ) - <i>infl</i> ) - <i>output</i> ) - <i>oil</i>	-0.196
((( <i>olt-unempl</i> ) - <i>infl</i> ) - <i>output</i> ) - <i>rrate</i>	-0.297
(((( <i>olt-unempl</i> ) - <i>infl</i> ) - <i>output</i> ) - <i>rrate</i> ) - <i>oil</i>	-0.163

Для получения оценок использовался байесовский подход на основе алгоритма Метрополиса со случайным блужданием. В качестве априорного распределения параметров использовалось то же распределение, что и для парных копул.

**Применение стрессового сценария.** В общем случае на заключительном этапе типовой процедуры стресс-тестирования макроэкономическая модель применяется для прогнозирования значения макроэкономических показателей в условиях стресса, которые затем используются во вспомогательной модели кредитного риска для оценки качества кредитного портфеля при реализации стрессового сценария. Тем не менее, здесь исследователь может столкнуться с некоторыми проблемами. Так, Фоглиа [5] отмечает, что макроэкономические модели представляют собой аппроксимацию связей характерных для равновесных состояний, поэтому они могут не подходить для оценки последствий больших шоков и сопутствующей им нелинейности. В работе Джобста и др. [27] выражено мнение, что полная стандартизация процедуры проведения стресс-тестов невозможна и нежелательна, а использование экспертных оценок обязательно при разработке стресс-сценариев.

Формулировка стрессового сценария выходит за рамки данной работы, так как в ней нами не ставилась задача оценить масштабы уязвимости банковского сектора России, а, как уже отмечалось ранее, предпринимается попытка продемонстрировать возможности применения копулярных моделей как вспомогательного блока процедуры стресс-тестирования. Для этого, строго говоря, подходит любой гипотетический сценарий. Тем не менее, нами используется экспертный подход.

За основу составления сценария был взят сценарий Банка России на 2015 г., представленный в «Отчете о развитии банковского сектора и банковского надзора в 2014 г.». В данном документе были представлены некоторые сценарные параметры на 2015 г. Они были дополнены, тем, что в условиях российской демографии безработица не может сильно расти, поэтому ее стрессовый месячный рост принят на уровне +10%, а уровень ставки рефинансирования, равный ключевой ставке 17%, является стрессовым. В результате получили следующие параметры стрессового сценария (табл. 3).

Таблица 3

## Параметры стрессового сценария

Переменная	Показатель	Стрессовый сценарий
<i>output</i>	Темп прироста ВВП, %	-7
<i>unempl</i>	Безработица, %	+10
<i>infl</i>	ИПЦ, %	16
<i>oil</i>	Цена на нефть, долл./барр.	40
<i>rrate</i>	Ставка рефинансирования, %	17

При применении сценария анализируемые факторы (*output*, *unempl*, *infl*, *oil*, *rrate*) принимают фиксированные значения в соответствии со сценарием, а значения переменной кредитного риска (*olt*) вычислялись из условного распределения, заданного данным сценарием. Напомним, что в работе оценивались несколько копулярных моделей (как парных, так и иерархических). Соответственно, для каждой рассматриваемой модели отдельно выводилась функция условного распределения показателя кредитного риска для заданного стрессового сценария. Далее на основе функций условных распределений были вычислены квантили  $q_{0.50}$  и  $q_{0.99}$  соответствующих распределений. (табл. 4).

Таблица 4

Стрессовые значения переменной кредитного риска (*olt*)

Модель	50%		99%	
	остатки	стрессовое значение <i>olt</i> , %	остатки	стрессовое значение <i>olt</i> , %
<i>olt-output</i>	0.384	5.23	3.672	8.47
<i>olt-infl</i>	0.785	5.62	4.118	8.91
<i>olt-oil</i>	0.394	5.24	3.672	8.47
<i>olt-rrate</i>	-0.681	4.18	2.380	7.19
<i>olt-unempl</i>	0.366	5.21	3.527	8.32
<i>(olt-unempl) -output</i>	0.650	5.49	3.858	8.65
<i>(olt-unempl) -infl</i>	0.814	5.65	3.858	8.65
<i>(olt-unempl) -oil</i>	0.583	5.42	3.672	8.47
<i>(olt-unempl) -rrate</i>	-0.076	4.77	3.068	7.87
<i>((olt-unempl) -infl) -output</i>	1.094	5.93	4.118	8.91
<i>((olt-unempl) -infl) -oil</i>	0.998	5.83	4.118	8.91
<i>((olt-unempl) -infl) -rrate</i>	0.684	5.52	3.858	8.65
<i>((olt-unempl) -infl) -output) -oil</i>	1.094	5.93	4.118	8.91
<i>((olt-unempl) -infl) -output) -rrate</i>	1.094	5.93	4.118	8.91
<i>((olt-unempl) -infl) -output) -rrate) -oil</i>	1.094	5.93	4.118	8.91

Используя стрессовое значение доли просроченной задолженности в качестве приближенного значения вероятности дефолта, совмещая их с данными по кредитному портфелю (EAD) и LGD можно рассчитать масштабы потерь (табл. 5). При этом у нас нет данных по LGD, в подобной ситуации авторы вынуждены использовать некую константу. Так, Васкес [28] использовал значение 50% для всех типов ссуд. В данной работе, следуя рекомендациям Базеля II, принято 0,45 в качестве значения LGD.

Таблица 5

Оценки потерь банковского сектора  
при реализации стрессового сценария

Модель	50%		99%	
	Потери, млрд. руб.	Потери в % РВПС	Потери, млрд. руб.	Потери в % РВПС
<i>olt-output</i>	1 218.08	35.21	1 973.55	57.04
<i>olt-infl</i>	1 310.22	37.87	2 076.02	60.00
<i>olt-oil</i>	1 220.38	35.27	1 973.55	57.04
<i>olt-rrate</i>	973.38	28.13	1 676.69	48.46
<i>olt-unempl</i>	1 213.94	35.09	1 940.23	56.08
<i>(olt-unempl) -output</i>	1 279.20	36.97	2 016.28	58.28
<i>(olt-unempl) -infl</i>	1 316.88	38.06	2 016.28	58.28
<i>(olt-unempl) -oil</i>	1 263.80	36.53	1 973.55	57.04
<i>(olt-unempl) -rrate</i>	1 112.39	32.15	1 834.77	53.03
<i>((olt-unempl) -infl) -output</i>	1 381.21	39.92	2 076.02	60.00
<i>((olt-unempl) -infl) -oil</i>	1 359.15	39.28	2 076.02	60.00
<i>((olt-unempl) -infl) -rrate</i>	1 287.01	37.20	2 016.28	58.28
<i>((((olt-unempl) -infl) -output) -oil</i>	1 381.21	39.92	2 076.02	60.00
<i>((((olt-unempl) -infl) -output) -rrate</i>	1 381.21	39.92	2 076.02	60.00
<i>(((((olt-unempl) -infl) -output) -rrate)-oil</i>	1 381.21	39.92	2 076.02	60.00

Результаты расчетов показали, что при реализации стресс-сценария ожидаемые потери составят около 40% резервов на возможные потери по ссудам (РВПС), а неожиданные (экстремальные) потери составят 60% РВПС.

**Заключение.** Нами рассмотрены приемы использования копулярного подхода при построении вспомогательной модели кредитного риска для стресс-тестирования банковского сектора на макроуровне.

Среди возможных методов построения вспомогательных моделей копулы обладают, на наш взгляд, двумя важными преимуществами. С одной стороны, они позволяют учитывать потенциальную нелинейность моделируемых связей, реализуя на практи-

ке нелинейный подход к анализу рисков. С другой стороны, копула-функция обеспечивает согласованность общей структуры зависимости между факторами.

Данная работа носит методологический характер, поэтому нашей целью было показать, что копулы могут найти свое место в сложившейся схеме стресс-тестирования в качестве основы построения вспомогательной модели. Они позволяют реализовать общепринятые практические задачи стресс-тестирования, которые состоят в переоценке требований к капиталу для стрессовых сценариев. В частности, воздействие стрессового сценария может быть оценено стандартным способом путем пересчета формулы потерь с использованием стрессового значения вероятности дефолта, полученного из вспомогательной модели кредитного риска.

При этом перспективным направлением для дальнейших исследований является применение копула-функций при построении макроэкономической модели, отработка ее взаимодействия со вспомогательной моделью и использование полученного комплекса для оценки устойчивости национального банковского сектора.

### *Литература и информационные источники*

1. *Buncic Daniel & Melecky Martin. Macroprudential stress testing of credit risk: A practical approach for policy makers // Journal of Financial Stability, Elsevier, vol. 9(3), 2013. pp. 347-370.*
2. *Jakubik Petr & Christian Schmieder. Stress Testing Credit Risk: Is the Czech Republic Different from Germany? // Working Papers 2008/9, Czech National Bank, Research Department.*
3. *Papadopoulos George and Savas Papadopoulos and Thomas Sager. Credit risk stress testing for EU15 banks: a model combination approach // Working Papers. 203. Bank of Greece. 2016.*
4. *Cihak Martin. Introduction to Applied Stress Testing // IMF Working Papers 07/59, International Monetary Fund. 2007.*
5. *Foglia Antonella. Stress Testing Credit Risk: A Survey of Authorities' Approaches // International Journal of Central Banking, International Journal of Central Banking, vol. 5(3), 2009. September. pp. 9-45.*
6. *Sorge Marco & Virolainen Kimmo. A comparative analysis of macro stress-testing methodologies with application to Finland // Journal of Financial Stability, Elsevier, vol. 2(2). 2006. June. pp 113-151.*
7. *Basel Committee on Banking Supervision. International Convergence on Capital Measurement and Capital Standards. Comprehensive Version. June 2006.*
8. *Ruja Catalin. Macro Stress-Testing Credit Risk in Romanian Banking System // MPRA Paper 58244, University Library of Munich, Germany. 2014.*
9. *Ferrari Stijn, Van Roy Patrick & Vespro Cristina. Stress testing credit risk: modelling issues // Financial Stability Review, National Bank of Belgium, vol. 9(1), 2011. pp 105-120.*
10. *Melecky Martin & Podpiera Anca Maria. Macroprudential stress-testing practices of central banks in central and south eastern Europe: an overview and challenges ahead // Policy Research Working Paper Series 5434, The World Bank. 2010.*
11. *Hesse Heiko & Ferhan Salman & Christian Schmieder. How to Capture Macro-Financial Spillover Effects in Stress Tests? // IMF Working Papers 14/103, International Monetary Fund. 2014.*
12. *Wilson Thomas C. Portfolio Credit Risk (I). Risk Magazine, 10(9). 1997. pp. 111-117.*

13. I.M.F. *Macrofinancial Stress Testing – Principles and practices*. International Monetary Fund Policy Papers, August 2012.14. Nelsen, Roger B. *An Introduction to Copulas* // New York: Springer. 2006. 269 p.
14. Nelsen, Roger B. *An Introduction to Copulas* // New York: Springer. 2006. 269 p.
15. Puzanova, Natalia. *A hierarchical Archimedean copula for portfolio credit risk modeling* // Discussion Paper Series 2: Banking and Financial Studies. 2011. Deutsche Bundesbank, Research Centre.
16. Arnould Guillaume, Catherine Bruneau & Zhun Peng. *Liquidity and Equity Short term fragility: Stress-tests for the European banking system* // Documents de travail du Centre d'Economie de la Sorbonne 15090, Université Panthéon-Sorbonne (Paris I), Centre d'Economie de la Sorbonne, 2015.
17. Hansen B.E. *Autoregressive conditional density estimation* // International Economic Review., Vol. 35(3), 1994. pp. 705-730.
18. Ane T., Ureche-Rangau L., Labidi-Makni C. *Time-varying conditional dependence in Chinese stock markets* // Applied Financial Economics, 18, 2008. Pp. 895-916.
19. Gordeev V. A., Knyazev A. G., Shemyakin A. *Selection of copula model for inter-market*
20. Patton A. J. *Modelling time-varying exchange rate dependence using the conditional copula* // Discussion Paper. 2001-2009. San Diego: University of California.
21. Казакова К. А., Князев А. Г., Лепёхин О. А. *Оптимальный размер банковского резерва: прогноз просроченной кредитной задолженности с использованием копулярных моделей* // Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Серия: Социально-экономические науки. 2015. Т. 15. Вып. 4. С. 59-76.
22. Шемякин А.Е., Князев А.Г., Лепёхин О.А., Кангина Н.Н. *Байесовские копулярные модели статистической зависимости национальных фондовых индексов* // XV Апрельская международная научная конференция по проблемам развития экономики и общества. В 4-х кн. Кн. 1. М.: Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», 2015. С. 401-411.
23. Aas K., Czado C., Frigess A. and Bakken H. *Pair-copula constructions of multiple dependence* // Insurance: Mathematics and Economics. Vol. 44(2), 2009. Pp. 182-198.
24. Czado C., Brechmann E.C. and Gruber L. *Selection of Vine Copulas* // in P. Jaworski, F. Durante and W. K. Härdle (Eds.) *Copulae in Mathematical and Quantitative Finance*. - Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013.
25. Hofert M., Mächler M., and McNeil, A. J. *Archimedean Copulas in High Dimensions: Estimators and Numerical Challenges Motivated by Financial Applications* // Journal de la Société Française de Statistique, Vol. 154(1), 2013. pp. 25-63.
26. Brechmann E.C. *Hierarchical Kendall Copulas: Properties and Inference* // Canadian Journal of Statistics, Vol. 42(1), 2014. pp. 78-108.
27. Andreas A. Jobst & Li L. Ong & Christian Schmieder. *A Framework for Macroprudential Bank Solvency Stress Testing; Application to S-25 and Other G-20 Country FSAPs* // IMF Working Papers. 13/68. International Monetary Fund, 2013.
28. Vazquez Francisco & Tabak Benjamin M. & Souto Marcos. *A macro stress test model of credit risk for the Brazilian banking sector* // Journal of Financial Stability, Elsevier. Vol. 8(2). 2012. Pp 69-83.