

## **Глава 5. Производственные функции как инструмент прогнозирования экономической динамики**

Возникновение производственной функции (ПФ) как исследовательского инструмента исторически было связано с процессом математизации экономической науки. Теории производства и общего равновесия со временем работ основоположников неоклассического направления использовались для описания взаимосвязей затрат производственных ресурсов и выпуска применительно к отдельно взятому экономическому агенту (предприятию), в частности понятие коэффициентов производства, эквивалентные категориям теории ПФ в ее современном виде.

Современные микроэкономические концепции, являющиеся в подавляющем большинстве прямым продолжением основополагающих работ по теории общего экономического равновесия, трактуют ПФ для данной производственной единицы как технологические ограничения, налагаемые на решения (поведение) отдельного экономического агента, осуществляющего производственный процесс. Эти ограничения в самом общем виде определяют границу производственных возможностей (максимальную производственную поверхность) предприятия (фирмы) в виде набора комбинаций всех элементов затрат, используемых в данном производственном процессе. Число разновидностей этих производственных затрат изначально принимается сопоставимым с числом действующих в экономике производственных единиц. Иными словами, в рамках микроэкономической теории описание отдельного производственного процесса априори рассматривается как предельно детализированное в смысле числа учитываемых элементов этого процесса.

Работа К. Кобба и П. Дугласа «К теории производства», вышедшая в 1928 г., положила начало как развитию макроэкономической концепции ПФ, так и попыткам конкретиза-

ции и проверки теоретических постулатов, положенных в основу ПФ, на эмпирических данных.

Начиная с 1950-х годов использование аппарата ПФ в экономических исследованиях все больше приобретает прикладную направленность. Этому в решающей мере способствовало как развитие инструментальных методов эконометрики (т. е. методов оценивания параметров математических моделей), так и общее улучшение статистического учета, в первую очередь в развитых странах. ПФ используются в качестве как специального инструмента ретроспективного анализа факторов экономического роста, так и одного из структурных элементов эконометрических моделей, используемых для целей прогнозирования динамики экономического развития.

Конституирующей чертой работ макроэкономического направления (безразлично, идет ли при этом речь об экономике в целом или об отдельных отраслях и производствах) стало представление выпуска производственной системы как функции от применяемых в производственном процессе ресурсов основного капитала и ресурсов живого труда, или

$$Y_t = F_t(K_t, L_t, \xi_t), \quad (5.1)$$

где  $Y$  – выпуск, представленный стоимостным (измеренным в неизменных ценах) или натуральным показателем объема производства;  $K$  – применяемый основной капитал (фонды), измеряемый, как правило, в стоимостном выражении;  $L$  – ресурс живого труда (измеряемый численностью занятых, количеством отработанных человеко-часов или каким-либо другим способом);  $\xi$  – вектор структурных параметров ПФ; символ  $t$  означает, что все величины, фигурирующие в (5.1), рассматриваются в общем случае как переменные во времени, включая, возможно, и саму функциональную форму связи  $Y$ ,  $K$  и  $L$ .

Ограничность набора и агрегированный характер факторов производства (в число которых в соответствии с общетеоретическими соображениями должен быть включен и фактор природных ресурсов) непосредственно связаны с необходимостью оценки численных значений параметров ПФ на эмпирических данных: во-первых, все переменные в уравнении (5.1) должны

быть доступны для измерения; во-вторых, число фактически наблюдавшихся сочетаний ( $Y, K, L$ ) должно значительно превышать число оцениваемых параметров ПФ, или размерность вектора  $\xi$ , с тем, чтобы обеспечить надежность искомых оценок.

Посредством логарифмического дифференцирования функция (5.1) приводится к виду, имеющему важное значение для практических приложений:

$$y_t = \alpha_{Kt} k_t + \alpha_{Lt} l_t + \lambda_t \quad (5.2)$$

где  $y_t$ ,  $k_t$ ,  $l_t$  – темпы изменения (разности натуральных логарифмов) выпуска и производственных ресурсов в году  $t$ ;  $\alpha_{Kt}$ ,  $\alpha_{Lt}$  – коэффициенты эластичности выпуска по ресурсам фондов и труда;  $\lambda_t$  – автономный (независимый от изменения объема применяемых факторов производства) темп изменения выпуска, отражающий в суммарном виде эффект изменения во времени структурных параметров функции (5.1). В общем случае факторные коэффициенты эластичности, а также  $\lambda_t$  – суть переменные величины, зависящие как от  $K, L$ , так и от временной переменной.

Сумма коэффициентов факторной эластичности позволяет судить о том, чем характеризуется экономическая технология: экономией (при  $(\alpha_{Kt} + \alpha_{Lt}) > 1$ ) или убыточностью (при  $(\alpha_{Kt} + \alpha_{Lt}) < 1$ ) при расширении масштабов производства; общепринятая интерпретация  $\lambda_t$  – определение его как темпа «технического прогресса», или точнее, эффекта изменений экономической технологии.

Функция (5.1) в обобщенном виде отражает взаимодействие между факторами производства, а именно набор различных комбинаций производственных ресурсов  $K$  и  $L$ , в которых эти ресурсы могут быть использованы для обеспечения заданного объема выпуска. Этот набор альтернативных комбинаций факторов производства образует экономическую, или абстрактную технологию (в отличие от конкретных технологических процессов). Изменение характеристик экономической технологии может быть результатом изменений как соотношения применяемых факторов производства, так и самой

формы ПФ. Именно к изучению такого рода изменений сводится существование работ, посвященных оценке влияния технического прогресса на экономический рост.

Изучение влияния технического прогресса на экономический рост предполагает задание явного вида ПФ, в том числе принятие какой-либо гипотезы о способе воздействия фактора времени на динамику выпуска (это воздействие в данном случае и ассоциируется с эффектом технического прогресса). Разнообразные варианты классификации форм технического прогресса в рамках ПФ, известные в литературе, посвященной проблемам экономического роста, сводятся в конечном счете к концепции «фактороувеличения», основные положения которой состоят в следующем: 1) технический прогресс проявляется в повышении эффективности (качества) используемых факторов производства; 2) воздействие роста эффективности (качества) любого из факторов на производство эквивалентно привлечению дополнительного количества этого фактора при неизменной эффективности (качестве). Тип технического прогресса определяется тем, привлечению дополнительного объема какого из факторов он (технический прогресс) соответствует. Если производственная функция имеет вид  $Y=f(K, A(t)L)$ , то говорят о трудоувеличивающем техническом прогрессе, если  $Y=f(A(t)K, L)$  – о капиталоувеличивающем, если  $Y=A(t)f(K, L)$  – о продуктоувеличивающем (или автономном), если  $Y=f(A(t)K, B(t)L)$  – о фактороувеличивающем.

В прикладных работах прогнозно-аналитического характера наиболее часто применяются различные модификации производственной функции Кобба-Дугласа:

$$Y=Ae^{\lambda t}K^{\alpha}L^{\beta}, \quad (5.3)$$

где  $A$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\lambda$  – константы,  $e$  – основание натуральных логарифмов,  $t$  – время.

В дифференциальном виде (5.2) указанная ПФ обладает постоянными во времени коэффициентами  $\alpha_K$ ,  $\alpha_L$ ,  $\lambda$ . Исторически это была наиболее ранняя и наиболее простая математическая модель, использованная для количественного описания производственного процесса на макроуровне.

Следует отметить, что в рамках ПФ типа Кобба-Дугласа введенные выше определения различных форм технического прогресса оказываются неразличимыми (это непосредственно следует из вида (5.3)). Вместе с тем очевидно, что аналитическая ценность инструментария ПФ, равно как и возможность корректного в научном отношении обоснования темпов экономического роста при прогнозных расчетах, существенным образом зависит от понимания механизма воздействия технического прогресса на экономический рост. Например, если имеются основания предполагать наличие в экономике капиталоувеличивающего технического прогресса, изменение темпов накопления основных фондов при прочих равных условиях будет оказывать большее влияние на экономический рост, чем при наличии трудоувеличивающего технического прогресса.

В связи с указанным обстоятельством начиная с 1960-х годов в трудах по проблемам экономического роста (главным образом зарубежных) интенсивно разрабатывались более сложные и общие типы ПФ, среди которых следует особо выделить функцию с постоянной эластичностью замещения (CES):

$$Y = A(t) / \delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho} J^{-r/\rho}. \quad (5.4)$$

Эластичность замещения – характеристика экономической технологии, служащая мерой легкости замены одного производственного фактора другим в производственном процессе. Формальное определение показателя эластичности  $\sigma$ :

$$\sigma = \frac{d(K/L)/(K/L)}{d(f_L/f_K)/(f_L/f_K)},$$

где  $f_K, f_L$  – первые частные производные функции (5.1) по факторам фондов и труда,  $d$  – символ дифференцирования. Эквивалентное определение для  $\sigma$  в терминах выражения (5.2):

$$\sigma = [(d\alpha_K/\alpha_K) - (d\alpha_L/\alpha_L)] / (k-l) + 1,$$

т. е. показатель эластичности замещения равен единице плюс отношение разности темпов изменения эластичностей выпуска по факторам фондов и труда к темпу изменения фондооруженности  $(k-l)$ .

В частном случае при  $\rho=0$  и соответственно  $\sigma=1$  функция (5.4) становится функцией Кобба-Дугласа.

Использование функции *CES* (как и других типов ПФ, более общих по сравнению с функцией Кобба-Дугласа) для описания процесса экономического роста в национальной экономике теоретически позволяет ответить на вопрос о характере технического прогресса – является ли он трудо- или капиталоувеличивающим в соответствии с приведенной выше классификацией.

Тем не менее, несмотря на большую популярность функции данного типа в работах по макромоделированию процесса производства, практически все исследователи, занимавшиеся вопросами верификации функции *CES* на данных экономической статистики, отмечали трудность оценки параметров (5.3) математико-статистическими методами. Более того, точность аппроксимации отчетных статистических данных о динамике выпуска и факторов для ПФ *CES* и Кобба-Дугласа во многих случаях оказывается практически одинаковой. Соответственно попытки выстроить различные классификации форм технического прогресса, предпринимавшиеся теоретиками экономического роста в различных странах на протяжении последних 40 лет, оказались в целом малопродуктивными в научном отношении, поскольку виды ПФ, функциональная форма которых допускает разграничение форм технического прогресса, невозможно верифицировать на реальной экономической информации.

История эконометрического моделирования показывает, что выбор наиболее простых с формальной точки зрения видов зависимостей, использовавшихся в самых различных прикладных исследованиях, обусловливался, главным образом, необходимостью оценки структурных коэффициентов эконометрических моделей статистическими методами. Это утверждение можно в полной мере отнести и к конструкциям ПФ, реально апробированным в практике прогнозно-аналитических расчетов как в России, так и за рубежом: в основном это ПФ типа Кобба-Дугласа с экспоненциальным временным трендом, т. е. функция (5.3).

Вместе с тем очевидна и ограниченность факторных моделей экономического роста, базирующихся на гипотезах постоянного во времени темпа «технического прогресса» и неизменности коэффициентов эластичности выпуска по факторам производства.

Опыт прогнозно-аналитических исследований как отечественных, так и зарубежных экономистов показывает, что повышение адекватности статистических моделей реальным процессам экономического роста – связано, прежде всего, с динаминацией структурных коэффициентов факторных моделей типа ПФ Кобба-Дугласа, т. е. с переходом к использованию моделей типа

$$y_t = \alpha_K(t)k_t + \alpha_L(t)l_t + \lambda(t)$$

и оценкой тем или иным методом изменения во времени факторных коэффициентов эластичности, а также темпа «технического прогресса». Наиболее простой метод выявления временных тенденций изменения параметров факторной эффективности – оценка параметров ПФ на выборках различной длины, а также по методу «скользящих периодов»<sup>1</sup>. Как отмечал акад. А. Анчишкин, это необходимая стадия аналитических процедур, предшествующая построению собственно прогноза на базе модели ПФ.

В более общем плане усложнение факторных моделей экономического роста и повышение их экономического содержания обусловлено использованием в качестве ПФ математических зависимостей, в которых эффективность производственных ресурсов явным образом связана с их (ресурсов) динамикой.

Другое направление повышения содержательности факторных моделей экономического роста, апробированное практикой прогнозно-аналитических расчетов как в нашей стране, так и за рубежом – использование в рамках ПФ различных показателей технического уровня произ-

---

<sup>1</sup> Суть метода «скользящих периодов» заключается в следующем: если исходная выборка статистических данных о динамике выпуска и производственных ресурсов составляет  $(1, 2, \dots, T)$  наблюдений, оценивание эконометрической модели осуществляется последовательно на интервалах  $(1, 2, \dots, 9)$ ,  $(2, \dots, 9+1)$ , ...,  $(T-9+1, \dots, T)$ .

водственного аппарата и переход к использованию модифицированных показателей основных фондов, учитываяющих изменение во времени их эффективности. Например, в качестве характеристики технического уровня вводимых в действие производственных фондов предложено использовать показатель энерговооруженности их активной части. Аналогичным образом для фактора трудовых ресурсов могут быть предложены различные измерители, учитывающие не только их количество (численность занятых в производстве), но и качество (уровень квалификации и образования).

В целом правомерно утверждать, что история применения ПФ в прикладных экономических исследованиях практически целиком связана с попытками конкретизации понятия «технический прогресс» применительно к описанию взаимосвязей динамики выпуска и производственных ресурсов в экономике в целом и отдельных ее отраслях. Это в конечном счете обусловило необходимость расширения круга учитываемых в ПФ факторов. В частности, стала очевидной необходимость изменения традиционной спецификации макроэкономической ПФ и использования для модельного описания динамики производства не только показателей ресурсов живого труда и основного капитала, но и переменных, отражающих отдельные виды текущих материальных затрат. Например, при построении ПФ для электроэнергетической отрасли в число факторов могут быть включены, помимо труда и основных фондов, показатели расхода газа, угля, нефтепродуктов.

Обобщение макроэкономической концепции ПФ на случай многих переменных – фундаментальный вопрос теории ПФ. С теоретической точки зрения обобщение известных двухфакторных моделей на случай  $n$  факторов приводит к определенным ограничениям. Например для функции типа Кобба-Дугласа и CES предельная норма замены (т. е. соотношение первых частных производных) для каждой пары факторов зависит лишь от пропорций, в которых эти факторы используются в производственном процессе. Для более сложных

типов функций, известных в научной литературе, обобщение их на случай  $n \geq 3$  факторов не представляется возможным без принятия дополнительных гипотез, непосредственно не имеющих отношения к теории ПФ.

В прикладном плане использование в числе переменных ПФ отдельных элементов текущих затрат, как правило, обусловлено необходимостью более точного описания динамики выпуска и повышения надежности оценок статистических параметров при факторах фондов и живого труда. Повышение точности аппроксимации реальной динамики выпуска в этом случае связано, прежде всего, с тем обстоятельством, что движение потоков текущих затрат для данной отрасли или группы производств в косвенном виде характеризует степень загрузки производственного потенциала, описываемого в терминах переменных  $K, L$ .

Однако при названном расширении числа объясняющих переменных оценки факторных эффективностей при фондах и труде не поддаются первоначальной содержательной интерпретации. Так, если показатели текущих затрат включены в ПФ с целью элиминировать колебания в уровне использования производственных мощностей, то стабилизация уровня загрузки должна быть тождественна исключению из ПФ переменной текущих затрат. Другими словами, при неизменном уровне использования мощности вклад фактора текущих затрат должен быть распределен между факторами фондов и живого труда. Иначе говоря, корректным в методическом отношении может считаться лишь представление ПФ в виде  $X=F(K, L, I)$ , где переменная  $I$  задает уровень загрузки производственного потенциала; в частном случае  $I$  можно рассматривать как  $(M_f/M^*)$ , т. е. соотношение между фактическим потреблением сырья и материалов в производстве и некоторой потенциальной величиной, отражающей нормальный (средний за определенный период времени) уровень использования производственной мощности.

Методический подход, представляющийся наиболее корректным с теоретической точки зрения – включение в ПФ

---

не самих объемов текущих материальных затрат, вовлеченных в данный производственный процесс, а производных от них удельных характеристик, отражающих эффективность использования факторов труда и основных фондов.

При этом на отраслевом уровне в отличие от экономики в целом могут быть использованы специфические методы отражения технического прогресса. В черной металлургии одна из наиболее важных характеристик технического прогресса – изменение показателей использования основных агрегатов. Для выплавки чугуна таким показателем является коэффициент использования полезного объема доменных печей, для выплавки стали – выплавка стали с 1 т емкости конверторов и т. п. В прокатном производстве нет аналогичного общепризнанного показателя, но в его качестве может быть использован выпуск продукции с 1 т установленного прокатного оборудования. Названные показатели непосредственно измеримы количественно, и в этом заключается их преимущество по сравнению с другими показателями и методами включения технического прогресса в ПФ. Наиболее естественным представляется включение показателей использования основных агрегатов в ПФ посредством рассчитываемых на их основе коэффициентов совокупной эффективности факторов производства, т. е. использование ПФ вида

$$Y=f(K, L, D),$$

где  $D$  – коэффициент совокупной эффективности.

Обобщение данного подхода – использование в числе переменных отраслевых ПФ совокупности удельных текущих материальных затрат в расчете на единицу выпускаемой продукции, характеризующих эффективность использования различных видов сырья, материалов, топлива, энергии в производственном процессе.

Итоги расчетов отраслевых ПФ, в которых показатель темпов технического прогресса специфицировался в виде функции от совокупности темпов изменения коэффициентов текущих затрат (в номенклатуре отраслей 20-отраслевого баланса

межотраслевых связей), показали, что данная спецификация модели производственного процесса в рамках отрасли позволяет получить как высокое качество аппроксимации отчетных данных (в принципе недостижимое при использовании каких-либо альтернативных видов модели), так и чрезвычайно надежные и экономически достоверные оценки факторных эластичностей. Использование показателей динамики межотраслевых коэффициентов затрат в качестве объясняющих переменных для темпа технического прогресса позволило отказаться от применения специальных инструментальных приемов (таких, например, как удаление из исходной выборки отдельных наблюдений), предназначенных для достижения согласованности теоретически требуемой спецификации эконометрической модели с фактическими статистическими данными. Указанные исследования проводились в Институте народнохозяйственного прогнозирования РАН с использованием материалов межотраслевых балансов как СССР за 1960-1989 гг., так и РФ за 1980-2002 гг. и показали высокую научную продуктивность данного методического подхода.

Этот же методический подход применим и для использования в рамках макроэкономических ПФ в собственном смысле слова. В качестве иллюстрации рассмотрим методику и некоторые результаты оценивания макроэкономической ПФ для реального сектора экономики РФ.

Спецификация макроэкономической ПФ, в которой технологические сдвиги объясняются посредством изменения совокупности коэффициентов текущих материальных затрат, приводит к необходимости оценивания математико-статистическими методами регрессионной модели вида

$$y_t = \alpha_K k_t + \alpha_L l_t + \sum v_i m_{it} + \beta, \quad (5.5)$$

где  $m_{it}$  – логарифмические темпы изменения соответствующих коэффициентов текущих затрат (текущие затраты в данном случае представлены объемами продукции 14-ти отраслей промышленности, а также сельского хозяйства, расходуемой на промежуточное потребление в реальном

секторе экономики),  $\beta$  – свободный член уравнения, обозначения остальных переменных совпадают с приведенными в функции (5.2)<sup>2</sup>.

Результаты оценивания модели (5.5) по данным о динамике ресурсов и выпуска реального сектора отечественной экономики за 1970-1999 гг. подтверждают с высокой степенью надежности гипотезу о взаимосвязи «автономного технического прогресса» в ПФ с динамикой коэффициентов текущих затрат. В частности, при этом радикально улучшая качество регрессионной модели в сравнении с традиционной спецификацией ПФ.

Экономически правдоподобным значениям эластичностей по ресурсам труда и фондов корреспондирует отсутствие в ПФ свободного члена (параметра  $\beta$ ). Иначе говоря, «автономный технический прогресс» в ПФ целиком объясняется динамикой коэффициентов текущих затрат. Кроме того, линейно-однородная ПФ (т.е. ПФ, для которой  $(\alpha_K + \alpha_L = 1)$  оказывается наилучшей в плане экономического правдоподобия оценок параметров факторных эластичностей. Результаты оценивания ПФ более общего вида (т.е. при условии  $\alpha_K + \alpha_L \neq 1$ ) свидетельствуют о неустойчивости коэффициентов факторной эластичности на различных временных интервалах или об экономически неправдоподобных их значениях (это прежде всего относится к коэффициенту эластичности выпуска по труду). Оценки коэффициентов факторной эластичности линейно однородной модели для периодов 1970-1986, 1970-1990 и 1970-1999 годов приведены в табл. 5.1

---

<sup>2</sup> Особенность данной модели – наличие большого числа факторов-аргументов, представленных переменными  $\{t_{ij}\}$ . Поэтому статистическое оценивание модели (5.5) требует применения специального метода – метода главных компонент, с помощью которого исходная совокупность переменных  $\{t_{ij}\}$  заменяется существенно меньшим числом «сверток» (линейных комбинаций) этих переменных. Далее эти новые переменные используются в регрессионных расчетах.

Таблица 5.1

## Расчетные значения коэффициентов ПФ типа (5.5)

Временной интервал, на котором оценена ПФ	$\alpha_K$	$\alpha_L$
1970-1986 гг.	0,553	0,447
1970-1990 гг.	0,454	0,546
1970-1999 гг.	0,468	0,532

Следует отметить, что с теоретической точки зрения описанию «технического прогресса» в ПФ через изменение коэффициентов текущих затрат должна корреспондировать именно линейная однородность ПФ по факторам  $K$  и  $L$ : изменение отдачи от масштабов производства в виде изменения удельных показателей фондо- и трудоемкости в конкретных производственных процессах (при условии, что данный эффект непосредственно измерим) сопровождается изменением удельных показателей текущих затрат. Отказ от модельного описания эффекта изменения масштабов производства равносителен такому определению экономической (абстрактной) технологии в рамках ПФ, при котором любое изменение отдельных частных коэффициентов затрат тождественно технологическому сдвигу при условии, что исключен эффект замены одного фактора другим.

Использование информации о динамике коэффициентов прямых затрат при построении моделей экономического роста позволяет учесть (прямо или косвенно) такие факторы, как изменение степени загрузки производственного потенциала экономики или отдельных ее отраслей, а также изменение естественных условий процесса производства. В частности, фактическая динамика коэффициентов затрат в 1990-е годы несет в себе информацию о степени использования наличного производственного аппарата экономики. Заметим, что период 1991-1999 гг. характеризовался сначала значительным снижением (до 1998 г.), а затем – ростом степени использования производственных мощностей промышленности. Относительно

природного фактора представляется вполне очевидным, что изменение энерго- и материалоемкости в добывающих отраслях промышленности напрямую связано с изменением условий добычи и обогащения полезных ископаемых. Таким образом, спецификация регрессионной модели в виде (5.5) делает излишним использование при идентификации ПФ каких-либо дополнительных переменных, отражающих те или иные специальные условия функционирования производственного аппарата.

Представление в ПФ темпов «технического прогресса» как функции темпов от изменения коэффициентов текущих затрат означает, что описание технологии производства строится на принципах, приближенных к описанию конкретных технологических процессов, т.е. в терминах различных технико-экономических показателей, отражающих различные аспекты производственного процесса. С точки зрения модельного инструментария использование информации межотраслевых балансов позволяет совместить методические принципы, традиционно применявшиеся при описании технологии производства в межотраслевых моделях и моделях ПФ.

Использование ПФ типа (5.5), в которой темп «технического прогресса» специфицирован в виде функции коэффициентов текущих затрат, в прогнозных построениях предполагает задание перспективных значений этих коэффициентов. Отсюда следует естественный вывод, что ПФ для целей прогнозирования должна быть дополнена набором функций текущих затрат, спецификация которых должна быть аналогична спецификации самой ПФ. Следовательно, взаимосвязанное моделирование эффективности использования ресурсов труда и фондов, а также показателей эффективности использования текущих материальных затрат (дифференцированных по отдельным видам) оказывается необходимым условием повышения адекватности ПФ как прогнозно-аналитического инструмента. Признание такой необходимости, по существу, выводит за рамки аппарата производственных функций в его традиционном понимании. В завершенном виде данный методиче-

ский подход был реализован при разработке так называемой модели технологических изменений (МТИ). В отличие от традиционной макроэкономической ПФ описание технологии процесса производства в МТИ представлено системой уравнений специального вида, описывающей взаимосвязанное во времени изменение совокупности частных коэффициентов ресурсоемкости – капитало-, трудоемкости, а также удельных коэффициентов расхода (в расчете на единицу выпуска) различных видов текущих материальных затрат. В данной модели ПФ становится лишь одним из элементов формального описания процесса эволюции технологии. Вместе с тем верификация параметров ПФ статистическими методами – принципиально важный этап оценивания всей системы уравнений МТИ.

### ***Основные термины и понятия***

Производственная функция  
Экономическая (абстрактная) технология  
Эластичность выпуска по факторам производства  
Эластичность замещения

### ***Вопросы для самопроверки***

1. Дайте общее определение ПФ.
2. Что характеризуют коэффициенты эластичности в ПФ?
3. Охарактеризуйте основные свойства ПФ типа Кобба-Дугласа.
4. Как отражается в ПФ технический прогресс?

### ***Литература***

1. Анчишикин А.И. *Прогнозирование роста социалистической экономики*. М.: Экономика, 1973.
2. Анчишикин А.И. *Прогнозирование темпов и факторов экономического роста*. М.: МАКС-Пресс, 2003.

3. Баркалов Н.Б. *Производственные функции в моделях экономического роста*. М.: МГУ, 1981.
4. Гладышевский А.И. *Формирование производственного потенциала: анализ и прогнозирование*. М.: Наука, 1991.
5. Джонстон Дж. *Эконометрические методы*. М.: Статистика, 1980.
6. Кади Дж. *Количественные методы в экономике*. М.: Прогресс, 1977.
7. *Моделирование межотраслевых взаимодействий*. М.: Наука, 1984.
8. Оттенлендер К. *Технический прогресс: воздействие, оценки, результаты*. М.: Статистика, 1981.
9. Суровов Н.В. *Макроэкономическое моделирование технологических изменений*. Препринт WP2/2002/4. М.: ГУ-ВШЭ, 2002.
10. Cobb C.W., Douglass P.H. *Theory of Production* // *American Economic Review*. 1928, № 1.